# 高温高应变率下 GH4169 合金本构 模型的构建

张继林1,唐林虎1\*,马富荣1,李忠林2,哈金福3

(1. 兰州工业学院, 甘肃省精密加工技术及装备工程研究中心, 甘肃省高校绿色切削加工技术及其应用重点实验室, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州万里航空机电有限责任公司, 甘肃 兰州 730070; 3. 兰州福斯特机械设备有限公司, 甘肃 兰州 730050)

摘 要:利用万能试验机(UTM5305)和霍普金森动态试验装置(ALT 1000)对 GH4169 合金分别进行准静态压缩试验和动态冲击试验,获得常温下应变率为 0.001、0.003、0.1 s $^{-1}$  的准静态试验数据;以及温度为 25、600、750、 $900 <math>^{\circ}$  和应变率为 1500、2500、3500、4500 s $^{-1}$  的动态试验数据,构建了 Johnson-Cook(JC)本构模型及其修正模型。研究显示,材料的塑性硬化、热软化和速率敏感性都得到了体现,尤其在温度升至  $900 ^{\circ}$  时,软化效应尤为突出;原始 JC 本构方程的相关系数(r)为 0.9147,决定系数 $(R^2)$ 为 0.7422,平均相对误差(AARE)为 14.53%,修正后的 JC 本构方程相关系数(r)提高至 0.9444,决定系数 $(R^2)$ 提高至 0.8867,平均相对误差(AARE)下降至 10.77%,相较原始 JC 本构模型在预测精度和可靠性方面有显著提升,能够可靠正确描述材料的应力-应变行为。

关键词:GH4169 合金;修正本构模型;高温;高应变率;预测精度

中图分类号: TG132.3, TG115.5 文献标志码

文献标志码:A 文章编号:1004-7638(2025)03-0157-10

**DOI:** 10.7513/j.issn.1004-7638.2025.03.022

开放科学 (资源服务) 标识码 (OSID):



听语音 聊科研

# Construction of constitutive model for GH4169 alloy under high temperature and high strain rate

ZHANG Jilin<sup>1</sup>, TANG Linhu<sup>1\*</sup>, MA Furong<sup>1</sup>, LI Zhonglin<sup>2</sup>, HA Jinfu<sup>3</sup>

(1. Lanzhou Institute of Technology, Gansu Province Precision Machining Technology and Equipment Engineering Research Center, Gansu Province Key Laboratory of Green Machining Technology and Its Application, Lanzhou 730050, Gansu, China; 2. Lanzhou Wanli Aviation Electromechanical Co., Ltd., Lanzhou 730050, Gansu, China; 3. Lanzhou Foster Machinery Equipment Co., Ltd., Lanzhou 730050, Gansu, China)

**Abstract:** The quasi-static compression test and dynamic impact test of GH4169 alloy were carried out by universal testing machine (UTM5305) and Hopkinson dynamic testing device (ALT 1000), respectively. The quasi-static test data of strain rates of 0.001, 0.003 and 0.1 s<sup>-1</sup> at room temperature were obtained. The Johnson-Cook (JC) constitutive model and its modified model were constructed from the dynamic test data at temperatures of 25, 600, 750, 900 °C and strain rates of 1 500, 2 500, 3 500, 4 500 s<sup>-1</sup>. The result shows that the plastic hardening, thermal softening and rate sensitivity of the material happen,

收稿日期:2024-06-10

基金项目:甘肃省教育厅产业支撑计划项目 (2022CYZC-68);甘肃省高等学校创新基金项目 (2021B-319);兰州工业学院青年科技创新项目 (2024KJ-23)。

作者简介: 张继林, 男, 1987 年出生, 甘肃民乐人, 硕士, 副教授, 主要从事金属材料的动态力学性能及切削性能研究, E-mail: zjl-0111@163.com; <sup>\*</sup>通讯作者: 唐林虎, 男, 1978 年出生, 甘肃武山人, 博士, 教授, 主要从事金属材料力学性能、切削性能及摩擦学领域研究, E-mail: 314364973@qq.com。

especially when the temperature rises to 900 degrees Celsius, the softening effect is particularly prominent. The correlation coefficient (r) of the original JC constitutive equation is 0.914 7, the coefficient of determination  $(R^2)$  is 0.742 2, and the average relative error (AARE) is 14.53%. The revised JC constitutive equation correlation coefficient (r) is increased to 0.944 4, and the coefficient of determination  $(R^2)$  is increased to 0.886 7. The average relative error (AARE) is reduced to 10.77%, which significantly improves the prediction accuracy and reliability compared with the original JC constitutive model, and can be used to predicate the stress-strain behavior of materials.

**Key words:** GH4169 alloy, modified constitutive model, high temperature, high strain rate, prediction accuracy

# 0 引言

镍基高温合金 GH4169 是一种典型的难加工材料,不仅具备优秀的抗疲劳、抗辐射、抗氧化和耐腐蚀性能,同时还表现出优异的化学性能和焊接性能,在国防、交通运输、智能制造以及能源化工等领域中有着重要的应用价值,被广泛用于制造涡轮盘、叶片、轴和机匣等耐高温零件[1-3]。近年来,尤其是中国自主研发的大型客机 C919 的研制和试飞引起了国内外学者的极大关注和浓厚的研究兴趣。飞机在飞行时,其核心部件处于高温、高压和高负荷的极端环境下,并且要能够承受高应变的挑战,这要求所使用的材料在高应变和高应变率以及高温条件下展现出卓越的动态力学特性[4-5]。因此,深入研究GH4169 合金在高应变率和高温环境下的动态力学性能,对于工程应用具有重大的实际意义。

随着对 GH4169 合金零件制造精度要求的提高,学者们除了用试验方法研究其切削性能,利用计算机仿真技术进行切削加工数值分析逐渐成为先进且重要的研究手段,进而与试验方法对比分析,形成试验-仿真相结合的研究体系。采用仿真技术研究切削加工的重要基础工作是对材料本构关系的研究,本构模型可以分为三类:宏观唯象经验模型、基于物理原理的本构模型和人工神经网络模型<sup>[6-8]</sup>。在这三类模型中,最常用的是 Johnson-Cook 模型(J-C模型),其特点是应变、应变率和温度相互独立,并由最少的试验数据拟合而成,可描述金属材料从低到高应变速率的动态力学行为。

吴昊等<sup>[1]</sup>使用 MMS-300 热模拟试验机对 GH4169 合金(950、980、1000、1020、1040、1060、1100 ℃,变形速率 0.01、0.1、1、10 mm/s)进行压缩试验,根据不同热变形参数对流变应力的影响,通过线性回归技术研究了 Arrhenius 类型的材料行为方程。刘晓等<sup>[2]</sup>使用了材料力学性能测试设备(温度 25 ℃、应变率 0.001 ~ 0.01  $\mathrm{s}^{-1}$ )和分离式霍普金森拉、压杆装置(温度 200 ~ 400 ℃、应变率 100 ~

4 000 s<sup>-1</sup>)对 GH4169 合金分别进行准静态试验和动 态压缩试验,研究了动态力学性能,分步拟合法确定 了 J-C 模型参数。王涛等<sup>[3]</sup> 通过试验对 GH4169 合 金研究了温度在 25~1000 ℃、应变率在 2000~ 10 000 s<sup>-1</sup> 的力学性能及本构关系, 表明高应变率下 应力与应变呈线性关系,温度影响着高应变率下的 本构方程。胡伟[4]首先借助 SHPB 试验平台对 GH4169 合金在温度为 20~800 ℃、应变率为 1 000 ~ 10 000 s<sup>-1</sup> 条件下获得的 GH4169 合金的应 力-应变曲线,然后基于上述试验数据分析该材料的 动态力学性能并考虑绝热温升修正 JC 本构模型, 最后结合修正的 JC 本构模型利用有限元软件进行 数值仿真试验研究,表明了修正版本构模型在高应 变率和高温环境下能够准确地表达 GH4169 合金的 动态力学特性,有效地反映了材料在动态压缩过程 中的特性,为工程提供了一个可靠的理论模型。王 相字<sup>[5]</sup> 在温度为 500~800 ℃ 和应变率为 5 000~ 11 000 s<sup>-1</sup> 条件下, 通过霍普金森压杆试验研究了 GH4169 合金的动态力学性能,考虑热力耦合作用 建立了高温高应变率下 GH4169 合金材料的本构模 型,采用该模型进行切削加工仿真试验,有利于降低 该材料切削加工成本,达到节能增效的目标。张兵 等<sup>[6]</sup> 在 Gleeble-1500 热力模拟机上进行热压缩试验 (温度 1 193~1 373 K、应变速率 0.01~10 s<sup>-1</sup>、变形量 50%),对铸态 GH4169 合金的热变形行为进行了研 究,建立了JC、修正的JC和应变补偿Arrhenius三 种本构模型,并进行了对比分析。古愉川[7] 在温度 为 293~873 K 和应变率为 1 000~6 000 s<sup>-1</sup> 时, 利 用分离式霍普金森杆试验装置,在广泛的温度和应 变率范围内获取应力-应变数据,分析并建立 JC 本 构模型和神经网络本构模型,表明该材料是一种具 有应变率敏感型和热敏感型的材料,神经网络本构 模型预测精度优于 JC 本构模型。邹品<sup>[8]</sup> 在温度为 20~500 ℃ 和应变率为 300~4 000 s<sup>-1</sup> 时, 采用 MTS 复合加载疲劳试验机和分离式霍布金森试验装置 对 GH4169 合金材料分别进行了准静态和动态力学

性能研究,构建 GH4169 高温合金 Johnson-Cook 本 构模型与 Zerilli-Armstrong 本构模型, 表明 GH4169 高温合金具有应变率强化效应与温度软化效应,两 种本构模型能够有效预测不同温度和不同应变率下 材料的变形行为。任永海及其团队[9] 利用热模拟试 验机 Gleeble-3500 对 GH4169 合金进行了多组具有 不同工艺参数的热压缩试验,旨在建立该合金的热 变形本构方程,以探讨流变应力与热加工参数之间 的关联。王稳等人[10] 使用 Gleeble-3500 型热模拟 试验机, 在温度 900~1100 ℃、应变速率从  $0.01 \sim 5 \,\mathrm{s}^{-1}$  的条件下,对 GH4169 合金材料进行了 恒温恒应变速率的热压缩测试,研究了其显微组织 及热变形行为。综上所述, GH4169 合金的动态力 学性能及本构方程研究已经取得了丰富的成果,但 仍然存在研究空间,特别是不同工艺参数下的热变 形行为、本构模型需进一步优化和验证, 急需进一 步构建准确、精度高的,高温度和宽温域下 GH4169 合金动态力学性能预测的 JC 本构模型, 为合金的 工程应用提供更加可靠的数据和模型。这些研究不 仅能够加深我们对 GH4169 合金性能的理解, 还 能够为材料的加工、应用和设计提供理论支持和 指导。

# 1 试验材料及方案

试验材料选用 GH4169 镍基高温合金,采用沉 淀强化工艺处理, 其含 C 量 0.02% ~ 0.08 %, Cr  $17.0\% \sim 21.0\%$ , Ni 50.0%  $\sim 55.0\%$ , Al 0.30%  $\sim 0.70\%$ , Mo 2.80% ~ 3.30%, Nb+Ti 5.50% ~ 6.65%, Co 小于 1.00%, 剩余 Fe。根据 GB/T7314-2017 标准, 准静态 压缩试验样品和动态冲击试验样品的尺寸分别为 Ø6 mm×6 mm和 Ø3 mm×3 mm。为确保样品尺 寸、精度和质量,先通过线切割机床将样品切割成 圆柱形坯料,再对样品的两端和圆柱面用碳化硅研 磨纸进行抛光处理。冲击试验中使用材质为 18 Ni、 尺寸为 10 mm × 200 mm 的子弹以及尺寸为 10 mm × 1 200 mm 的入射杆和投射杆。考虑到实际生产 过程中的应变率、温度和测试设备的限制,在 UTM5305 万能试验机上, 以 25 ℃ 的温度和 0.001、 0.003、 $0.01 \,\mathrm{s}^{-1}$ 的应变率完成准静态压缩试验; 在 ALT1000 高温分离式霍普金森杆试验机上,进 行 25、600、750、900 ℃ 温度下, 应变率分别为 1 500、 2500、3500、4500 s<sup>-1</sup> 的动态冲击试验。通过调整 气泵的气压来调节子弹的飞行速度,以此控制样品 的应变率;同时,使用加热炉来维持试验所需的温度。 为了降低试样与入射杆和透射杆接触时的摩擦力, 试样的两端被涂上了耐热的润滑剂。每项试验至少 进行三次以确保结果的可靠性,选取较佳的试验波 形作为研究结果,确保真实应力-真实应变曲线的精 确度和有效性。

### 2 试验结果与分析

#### 2.1 试验结果

利用 UTM5305 万能试验机, 在同一温度 25  $^{\circ}$  、不同应变率(0.001、0.003 和 0.01 s<sup>-1</sup>)下进行准静态试验, 真应力-真应变曲线如图 1 所示。采用高温分离式霍普金森试验装置(ALT1000), 在不同温度(25、600、750、900  $^{\circ}$ ) 和不同应变率(1500、2500、3500、4500 s<sup>-1</sup>)条件下进行动态压缩试验,图 2 展示了 GH4169 合金在 25、600、750、900  $^{\circ}$  的真应力-应变曲线; 而图 3 展示了 GH4169 合金在 1500、2500、3500、和 4500 s<sup>-1</sup> 的真应力-应变曲线。

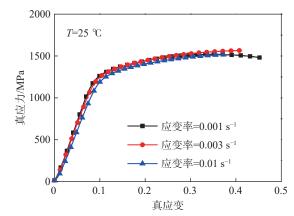


图 1 准静态条件下高温合金 GH4169 的真实应力-真应变曲线

Fig. 1 True stress-true strain curve of superalloy GH4169 under quasi-static conditions

#### 2.2 试验结果分析

由图 1~3 可以看出,试样首先经过迅速上升的 弹性形变阶段,然后再经历速率减缓的塑性阶段,其中没有明显的屈服阶段,并未出现剪切断裂,显示出该材料具有较高的韧性。在塑性变形阶段,应力与应变的增长保持一致,表明材料展现出显著的加工硬化行为。在不同温度和应变率条件下,对真实应力-真实应变曲线的弹性和塑性变形阶段分别进行线性回归分析,以两条拟合直线的交点的纵坐标值作为材料的真实屈服强度。温度为 25 ℃,应变率为 0.01 s<sup>-1</sup> 时(1 为试验曲线, 2 为弹性阶段拟合直线, 3 为塑性阶段拟合直线)屈服强度如图 4 所示,用相同的方法求出其他条件的屈服强度如图 4 所示,用相同的方法求出其他条件的屈服强度,25、600、750、900 ℃下 GH4169 合金材料不同应变率时的屈服强度分别见表 1。

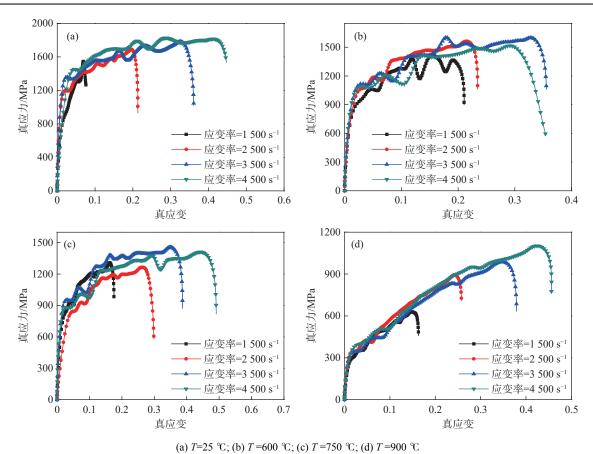


图 2 高温合金 GH4169 25、600、750、900 ℃ 的真应力-应变曲线 Fig. 2 True stress-strain curves for high temperature alloy GH4169 at different temperatures

由图 2 可知,随着应变的增加,材料的真应力逐 渐增加;随着应变速率的提高,高温合金 GH4169 的 真实应力-真实应变曲线持续上升,同时应变也在逐 渐增加。这可能是由于变形速率增加,导致塑性变 形所需时间相对减少,从而未能足够发生和发展位 错运动,使得变形抗力增加[11]。同时从表2也可以 看出,随着应变率的提高,相应的屈服强度也随之上 升,表现出明显的应变率强化效应[12]。值得注意的 是, 在温度介于 600 ℃ 和 750 ℃ 之间, 实际应力-应 变曲线可能会受试验装置、操作失误等因素的影响, 或者此时为临界状态。高温合金 GH4169 塑性阶段 随着应变的逐渐增加,应力逐渐增加,塑性和韧性下 降,这种现象称为加工硬化,又叫应变硬化。由于它 存在位错滑移变形,随着应变的增加,位错密度也增 加,增至一定程度时,晶界阻碍位错运动,变形阻力 增大,便产生加工硬化现象[13]。为了定量分析,引 入 Ludwik-Hollomon 公式:

$$\sigma = \sigma_s + k\varepsilon^n \tag{1}$$

式中, $\sigma_s$ 为材料试样的屈服强度,MPa;k为材料的加工硬化系数,表达材料的加工硬化程度,k值越大,加工硬化越明显;n为材料的加工硬化指数,表达材料

的加工硬化率, n值越大, 加工硬化越明显。

对(1)式先移动 $\sigma$ 。项,然后两边取对数得:

$$\ln\left(\sigma - \sigma_{\rm s}\right) = \ln k + n \ln \varepsilon \tag{2}$$

利用 25、600、750、900  $^{\circ}$  下 GH4169 的真实应力-真应变曲线试验数据,以 $\ln(\sigma-\sigma_s)$ 为纵坐标,  $\ln\varepsilon$ 为横坐标,进行线性拟合,可获得 25、600、750、900  $^{\circ}$  不同应变率下加工硬化参数,见表 2。

由表 3 可知, 温度在  $25 \, ^{\circ} \, ^{$ 

增加后减小,整体增加。上述分析说明 GH4169 高温合金的加工硬化与温度和应变率相关,相比之

下温度的影响程度高于应变率,可能是温度软化的影响。

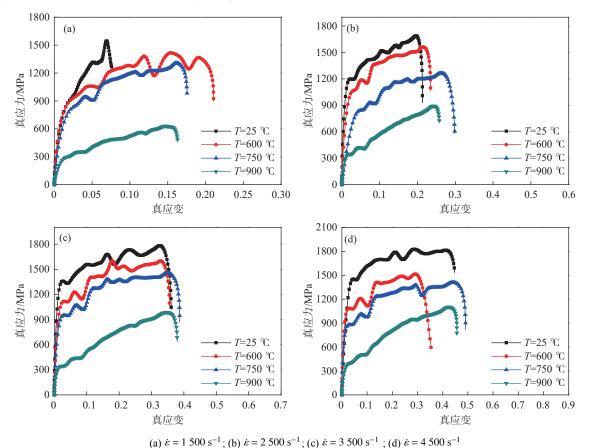


图 3 高温合金 GH4169 1 500、2 500、3 500、4 500 s<sup>-1</sup> 的真应力-应变曲线 Fig. 3 True stress-strain curves for high-temperature alloy GH4169 under different strain rates

时的屈服强度

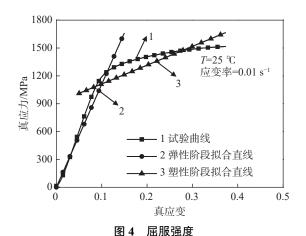


Fig. 4 Yield stress of experimental steel

由图 3 可知,随着温度的增加,高温合金GH4169的真实应力-真应变曲线不断降低,特别是温度在 900 ℃时,温度软化效应最大,金属原子的运动速度和频率会随着温度升高而增加,从而导致原子间相互作用的力减弱,甚至可能会促使新的滑

移系统的形成,表现出温度软化效应<sup>[14-15]</sup>,表 2 中也可以得到相应的结果。

表 1 25、600、750、900°C 下 GH4169 合金材料不同应变率

Table 1 Yield strength of GH4169 alloy at different strain rates at 25, 600, 750 and 900 °C

温度/℃	应变率/s <sup>-1</sup>	屈服强	塑性流动	失效	失效应
		度/MPa	段应变	应变	力/MPa
	1 500	1 221.30	0.074 7	0.076 1	1 263.98
25	2 500	1 240.02	0.202 8	0.213 0	931.75
23	3 500	1 305.97	0.339 0	0.361 1	1 020.32
	4 500	1 404.72	0.435 7	0.447 5	1 535.05
	1 500	900.83	0.207 9	0.210 6	898.18
600	2 500	1 000.46	0.225 4	0.234 5	1 062.14
600	3 500	1 054.44	0.343 4	0.355 7	1 058.25
	4 500	1 085.02	0.310 1	0.354 1	595.29
	1 500	891.21	0.170 9	0.175 6	974.66
750	2 500	910.31	0.276 5	0.298 7	579.53
/50	3 500	950.69	0.369 3	0.3868	872.06
	4 500	979.47	0.474 9	0.491 0	820.53
900	1 500	350.86	0.160 5	0.163 2	458.72
	2 500	380.28	0.251 9	0.257 8	708.53
900	3 500	401.32	0.371 8	0.379 3	632.80
	4 500	420.20	0.450 6	0.456 0	766.36

表 2 不同应变率下加工硬化参数 (25、600、750、900 ℃ 下) Table 2 Work hardening parameters at different strain rates for temperatures of 25, 600, 750, and 900 ℃

温度/℃	k				n			
価度/ €	1 500 s <sup>-1</sup>	2 500 s <sup>-1</sup>	3 500 s <sup>-1</sup>	4 500 s <sup>-1</sup>	1 500 s <sup>-1</sup>	2 500 s <sup>-1</sup>	3 500 s <sup>-1</sup>	4 500 s <sup>-1</sup>
25	3 289	1 327	1 098	862	0.78	0.61	0.70	0.61
600	1 655	1920	1 386	2 536	0.67	0.70	0.71	1.20
750	2 430	2 131	2 207	1 153	0.84	0.99	1.05	0.84
900	4 622	2 188	1 918	1 769	1.24	0.93	0.94	0.88

表 3 GH4169 合金传动 J-C 本构模型参数 C 的值
Table 3 Values of parameter C of the J-C constitutive model of GH4169 alloy transmission

$T/^{\circ}$ C	应变率έ/s <sup>-1</sup>	屈服强度 $\sigma$ /MPa	参数C值	参数C平均值
25	1 500	1 175.10	0.008 1	
	2 500	1 305.08	0.009 1	0.012 7
	3 500	1 471.96	0.013 5	0.012 /
	4 500	1 618.27	0.020 1	

## 3 本构模型建立

#### 3.1 Johnson-Cook 本构模型的建立

Johnson-Cook 材料模型由三个主要组成部分构成: 塑性硬化函数、应变率敏感函数以及温度软化函数[16-22], 其表达式一般为:

$$\sigma = (A + B\varepsilon^{n}) \times \left[1 + C \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{0}}\right)\right] \times \left[1 - \left(\frac{T - T_{r}}{T_{m} - T_{r}}\right)^{m}\right]$$
(3)

式中, $\sigma$ 为材料的屈服应力,MPa; A为特定应变率下的屈服强度,MPa; B为工作硬化系数; C为动态硬化系数;  $\varepsilon$ 为累积塑性应变; n为加工硬化指数; m为热软化指数;  $\dot{\varepsilon}_0$ 为参考应变率, $s^{-1}$ ;  $\dot{\varepsilon}_1$ 为材料的应变率, $s^{-1}$ ;  $T_r$ 、 $T_m$ 和T分别为参考温度(25  $^{\circ}$ C),熔点和瞬时温度,MPa( $^{\circ}$ C)。

#### 1)参数 A/B 和 n 确定

式(1)右边第一项是应变硬化函数。取参考应变率 $\dot{\epsilon}_0 = 0.01 \text{ s}^{-1}$ ,参考温度 $T_r = 25 \, ^{\circ}$ 、不考虑应变率敏感函数和温度软化函数的影响,即 $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0$ ,温度 $T = T_r$ 。利用 $\dot{\epsilon}_0 = 0.01 \, \text{s}^{-1}$ 准静态下试验数据确定参数A、B和n,此时式(3)可简化为:

$$\sigma = A + B\varepsilon^n \tag{4}$$

由图 1 可知, A = 1113.84 MPa, 式(4)移项, 两边取对数得:

$$\ln(\sigma - A) = \ln B + n \ln \varepsilon \tag{5}$$

拟合得到的直线斜率(即为n)和截距,从而得到 n = 0.34674, B = 645.69, 如图 5 所示。

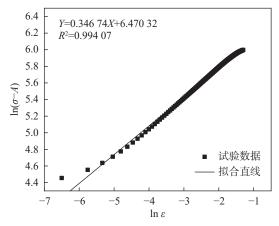


图 5  $\ln(\sigma - A)$ 和 $\ln \varepsilon$ 的关系

Fig. 5 Relationship between  $\ln(\sigma - A)$  and  $\ln \varepsilon$ 

#### 2)参数C的确定

在式(1)中,右侧的第二项代表应变率敏感函数。若忽略应变和温度变化对材料性能的影响,基于 25  $^{\circ}$  时不同应变率的动态试验数据,在 $\varepsilon$ =0的条件下,可以明确参数C的数值。在此情况下 $\dot{\varepsilon}$   $\neq$   $\dot{\varepsilon}_0$ ,且温度  $T=T_{r}$ 。所以,若塑性应变 $\varepsilon$ =0时,则式(3)简化为:

$$\sigma = A \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] \tag{6}$$

简单数学处理后,可以转化为:

$$C = \frac{\frac{\sigma}{A} - 1}{\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)} \tag{7}$$

此时利用 25 % 下不同应变率和屈服强度的试验数据(见表 1),就可以得出 25 % 下每个应变率对应的参数C值,取算术平均值为最终的C值,C值见表 3。

#### 3)参数m的确定

在式(3)中,右侧的第三项代表了温度软化函数。 当忽略应变和应变率的影响时,依据在不同温度但 同一应变率的态试验数据,可以设定 $\varepsilon=0$ 。在这种 设定下,可以确定参数m的值。此时, $\dot{\varepsilon}\neq\dot{\varepsilon}_0$ ,温度  $T\neq T_r$ 。因此,当塑性应变 $\varepsilon=0$ 时,式(3)简化为:

$$\sigma = A \left[ 1 + C \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] \times \left[ 1 - \left( \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right]$$
 (8)

简单数学处理后,可以转化为:

$$m = \frac{\ln\left[1 - \frac{\sigma}{A(1 + C\ln(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0))}\right]}{\ln\left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r}\right)}$$
(9)

利用表 2 中数据,可以为每个温度条件下计算 出相应的*m*参数值。之后,将这些*m*参数值求平均 值,得到*m*的最终结果,见表 4。

表 4 GH4169 合金传动 J-C 本构模型参数 m 的值 Table 4 Values of parameter m of the J-C constitutive model of GH4169 alloy transmission

		<del>-</del>		
应变率 $\dot{\varepsilon}/s^{-1}$	温度T/℃	屈服应力σ/MPa	参数m值	参数m平均值
	600	900.83	1.493 1	
1 500	750	891.21	2.046 8	
	900	350.86	0.815 3	
	600	1 054.43	2.096 1	
2 500	2 500 750 900	950.69	950.69 2.303 7	
		401.32	0.951 0	1.842 9
	600	1 187.94	3.077 2	1.042 9
3 500	750	1 048.92	2.866 3	
	900	355.53	0.819 2	
	600	1 085.02	2.226 5	
4 500	750	979.47	2.422 1	
	900	420.20	0.997 8	

综上所述, GH4169 合金的传统 J-C 本构模型 方程表达式为:

$$\sigma = (1\ 113.84 + 645.69\varepsilon^{0.346\ 74}) \times \left[1 + 0.021\ 0\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{0.01}\right)\right] \times \left[1 - \left(\frac{T - 25}{1\ 320 - 25}\right)^{1.842\ 9}\right]$$
(10)

#### 3.2 修正 Johnson-Cook 本构模型的建立

依据文献 [4,22] 和本文分析 GH4169 合金具有 温度软化效应,参考文献 [4,23] 对参数C和m分别进 行修正为 $C = C_1 + C_2 \dot{\varepsilon}$ 和 $m = C_1 + C_2 T$ 。

通过对表 3 所示的试验数据执行线性拟合,绘制出参数C与应变率 $\varepsilon$ 之间的拟合关系,见式(11)和图 6。

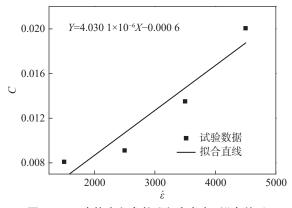


图 6 J-C 本构方程参数C和应变率 $\dot{\varepsilon}$ 拟合关系 Fig. 6 Fitting diagram of the relationship between J-C constitutive equation parameters C and strain rate  $\dot{\varepsilon}$ 

$$C = -0.0006 + 4.0301 \times 10^{-6} \dot{\varepsilon} \tag{11}$$

根据表 4 的试验数据进行线性拟合,得到了参数m和应变率T拟合关系,见式(12)和图 7。

$$m = 5.161 \, 43 - 0.004 \, 42T \tag{12}$$

综上所述, GH4169 合金的修正 J-C 本构模型 参数值见表 5, 其本构模型方程表达式为:

$$\sigma = (1\ 113.84 + 645.69\varepsilon^{0.34674}) \times \left[1 + (-0.000\ 6 + 4.030\ 1 \times 10^{-6}\dot{\varepsilon})\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{0.01}\right)\right] \times \left[1 - \left(\frac{T - 20}{1\ 320 - 20}\right)^{(5.161\ 43 - 0.004\ 427)}\right]$$
(13)

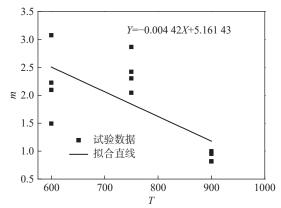


图 7 J-C 本构方程参数m和温度T拟合关系

Fig. 7 Fitting diagram of the relationship between parameters m and temperature T of the J-C constitutive equation

表 5 GH4169 合金的修正 J-C 本构模型参数值
Table 5 Parameters of modified J-C constitutive model for GH4169 alloy

A/MPa	B/MPa	n	$C_1$	$C_2$	$m_1$	$m_2$
1 113 84	645 69	0 346 74	-0.000.6	4.030 1×10 <sup>-6</sup>	5 161 43	-0.004.42

图 8 展示了原 JC 本构模型和经过修正的 JC 本构模型预测的真应力-真应变曲线。利用相关系数(r)、决定系数( $R^2$ )和平均相对误差(AARE)这三个指标,对这两种模型的预测精度进行了深入的研究和分析,它们定义为[24-28]:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N} (E_i - \bar{E})(P_i - \bar{P})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N} (E_i - \bar{E})^2 \sum_{i=1}^{N} (P_i - \bar{P})^2}}$$
(14)

$$R^{2} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^{m} (E_{i} - P_{i})^{2}}{\sum_{j=1}^{m} (P_{i} - \bar{E})^{2}}$$
(15)

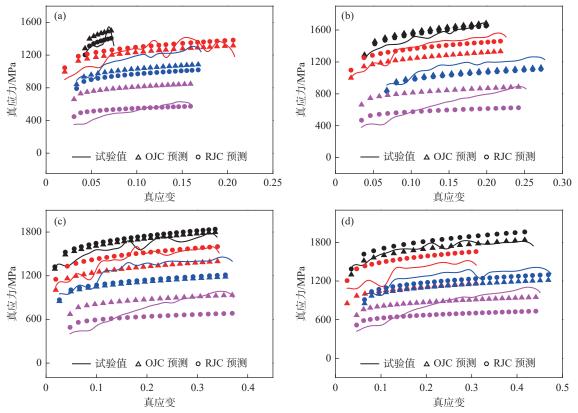
AARE = 
$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{E_i - P_i}{E_i} \right|$$
 (16)

N代表本研究中所包含的数据集的总数;  $E_i$ 和  $P_i$ 分别表示试验测量和预测得到的真应力(MPa),  $\bar{E}$ 和  $\bar{P}$ 是  $E_i$ 和  $P_i$ 这两个数值的算术平均值。如果相关系数 R 接近 1 或-1, 这表明变量间有很强的相关性; 决定系数  $R^2$ 越接近 1, 说明模型的预测效果越佳;

平均相对误差 (AARE) 越小,表示预测的准确性越高。图 9 展示了两种本构模型的相关系数 (r)、决定系数 $(R^2)$ 和平均相对误差 (AARE)。

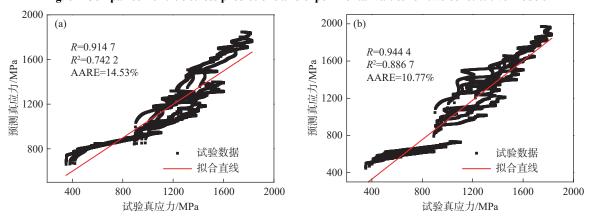
根据图 8 的展示结果可观察到,原始的 JC 本构模型在不同的应变、应变率和温度条件下,预测值与实验值存在明显的偏差。经过调整的 JC 本构模型让预测的应力-应变曲线更加贴近实际的试验数据。同时,由图 9 可得知,原始的 JC 本构方程显

示出的相关系数 (r) 是 0.914 7, 决定系数 (R²) 是 0.742 2, 而平均相对误差 (AARE) 为 14.53%。经过修正的 JC 本构方程在相关系数 (r) 和决定系数 (R²) 上有所提高, 分别达到了 0.944 4 和 0.886 7, 同时平均相对误差 (AARE) 也有所降低, 降至 10.77%。综合图 8 和图 9 的结果对比可以得出结论, 相较于原 JC 本构方程, 本文修正后的 JC 本构方程能够更可靠地、更准确地预测结果。



黑色: 25 °C; 红色: 600 °C; 蓝色: 750 °C; 紫色: 900 °C (a)  $\dot{\varepsilon} = 1\,500\,\mathrm{s}^{-1}$ ; (b)  $\dot{\varepsilon} = 2\,500\,\mathrm{s}^{-1}$ ; (c)  $\dot{\varepsilon} = 3\,500\,\mathrm{s}^{-1}$ ; (d)  $\dot{\varepsilon} = 4\,500\,\mathrm{s}^{-1}$ 

图 8 两种本构模型的真应力预测和试验值比较
Fig. 8 Comparison of true stress predictions and experimental values for two constitutive models



(a)原 JC 本构模型; (b)修正 JC 本构模型

图 9 两种本构模型的相关系数 (r)、决定系数 $(R^2)$  和平均相对误差 (AARE)

Fig. 9 Correlation coefficient (r), determination coefficient  $(R^2)$  and average relative error (AARE) of the two constitutive models

#### 4 结论

1)GH4169 合金材料的塑性硬化、热软化和速率敏感性都得到了体现,尤其在温度升至 900 ℃ 时,软化效应尤为突出。

2)GH4169高温合金的加工硬化与温度和应变率相关,相比之下温度的影响程度高于应变率,可能是温度软化的影响。

3)原始 JC 本构方程的相关系数(r)为 0.914 7, 决定系数 $(R^2)$ 为 0.742 2, 平均相对误差(AARE)为 14.53%, 修正后的 JC 本构方程相关系数(r)提高至 0.944 4, 决定系数 $(R^2)$ 提高至 0.886 7, 平均相对误 差(AARE)下降至 10.77%, 相较原始 JC 本构模型 在预测精度和可靠性方面有显著提升, 能够可靠正确描述材料的应力-应变行为。

#### 参考文献

- [1] WU H, KONG X W, LUO P. Constitutive equation for high-temperature deformation of GH4169 alloy[J]. Machinery Design & Manufacture, 2020(8): 163-167.
  - (吴昊, 孔祥伟, 罗平. GH4169 合金高温变形过程本构方程[J]. 机械设计与制造, 2020(8): 163-167.)
- [2] LIU X, YAN H S, KONG Z K, *et al.* Dynamic mechanical behavior and constitutive relationship of superalloy GH4169[J]. Materials for Mechanical Engineering, 2019, 43(1): 75-81. (刘晓, 闫欢松, 孔祖开, 等. GH4169 高温合金的动态力学行为及其本构关系[J]. 机械工程材料, 2019, 43(1): 75-81.)
- [3] WANG T, CHEN G D, JU J T. Experimental study of constitutive relationship of superalloy GH4169 under high strain rates[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(4): 946-953.

  (王涛, 陈国定, 巨江涛, GH4169 高温合金高应变率本构关系试验研究[J], 航空学报, 2013, 34(4): 946-953.)
- [4] HU W. Experiment and simulation of dynamic mechanical properties of GH4169 alloy under high strain rate impact loading based on SHPB[D]. Chongqing: Chongqing University of Technology, 2021. (胡伟. 基于 SHPB 高应变率冲击加载下的 GH4169 合金动态力学性能实验与仿真[D]. 重庆: 重庆理工大学, 2021.)
- [5] WANG X Y. Study on cutting performance evaluation and constitutive model of superalloy GH4169[D]. Jinan: Shandong University, 2016.

  (王相宇. 高温合金 GH4169 的切削加工性评价方法和本构模型研究[D]. 济南: 山东大学, 2016.)
- [6] ZHANG B, YUE L, CHEN H F, *et al.* Hot deformation behavior of as-cast GH4169 alloy and comparison of three constitutive models[J]. Rare Metal Materials and Engineering, 2021, 50(1): 212-222. (张兵, 岳磊, 陈韩锋, 等. 铸态 GH4169 合金热变形行为及三种本构模型对比[J]. 稀有金属材料与工程, 2021, 50(1): 212-222.)
- [7] GU Y C. Study on the constitutive model of GH4169 alloy under high temperature and high strain rate based on genetic algorithm and neural network[D]. Chongqing: Chongqing University of Technology, 2022.

  (古愉川. 基于遗传算法与神经网络的高温高应变率下 GH4169 本构模型研究[D]. 重庆: 重庆理工大学, 2022.)
- [8] ZOU P. Research on dynamic constitutive model at high temperatures and high speed impact performance of GH4169[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2018.

  (邹品. GH4169 高温动态本构模型与高速冲击性能研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2018.)
- [9] REN Y H, CHENG Z, WANG L X, *et al.* Constitutive equation for hot deformation and hot processing map of wrought GH4169 superalloy[J]. Journal of Netshape Forming Engineering, 2023, 15(5): 148-155. (任永海, 程治, 王龙祥, 等. 锻态 GH4169 合金热变形本构方程及热加工图[J]. 精密成形工程, 2023, 15(5): 148-155.)
- [10] WANG W. Hot deformation behaviour and recrystallization model of GH4169 nickel base superalloy[J]. Materials for Mechanical Engineering, 2020, 44(9): 87-91,98. (王稳. GH4169 镍基高温合金的热变形行为与再结晶模型[J]. 机械工程材料, 2020, 44(9): 87-91,98.)
- [11] LUO P. Dynamic recrystallization simulation of GH4169 alloy during thermal deformation[D]. Shenyang: Northeastern University, 2014.
  (罗平. GH4169 合金热变形动态再结晶模拟[D]. 沈阳: 东北大学, 2014.)
- [12] CHEN G, WANG Q Q, DU H J. Experimental study on dynamic mechanical properties of S500MC steel[J]. Railway Quality Control, 2019, 47(5): 27-30.

  (陈刚, 王青权, 杜洪军. S500MC 钢动态力学性能试验研究[J]. 铁道技术监督, 2019, 47(5): 27-30.)
- [13] ZHANG R J. Study on dynamic mechanical behaviors of GH4169 nickel based superalloy[D]. Beijing: Beijing Institute of

- Technology, 2016.
- (张锐杰. GH4169 镍基高温合金动态力学性能研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2016.)
- [14] HAN R R. Research on deforming properties of superalloy GH4169[D]. Shenyang: Northeastern University, 2014. (韩蕊蕊. GH4169 高温合金的成型性能研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2013.)
- [15] BAO W P, ZHAO Y Z, LI C M, *et al.* Experimental research on the dynamic constitutive relation of pure iron at elevated temperatures and high strain rates[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(4): 74-79. (包卫平, 赵昱臻, 李春明, 等. 纯铁高温高应变率下的动态本构关系试验研究[J]. 机械工程学报, 2010, 46(4): 74-79.)
- [16] MA B, LI P, LIANG Q. Comparison on high temperature flow behavior of HNi55-7-4-2 alloy predicted by modified JC model and BP-ANN algorithm[J]. Materials for Mechanical Engineering, 2021, 45(1): 92-99.

  (马斌, 李平, 梁强. 基于修正 JC 模型和 BP-ANN 算法预测 HNi55-7-4-2 合金高温流变行为的对比[J]. 机械工程材料, 2021, 45(1): 92-99.)
- [17] KHAN A S, HUANG S. Experimental and theoretical study of mechanical behavior of 1100 aluminum in the strain rate range 10<sup>-5</sup>–10<sup>4</sup>s<sup>-1</sup>[J]. International Journal of Plasticity, 1992, 8: 397-424.
- [18] JOHNSONG R, COOK W H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures[C]//Proc. 7Int. Symp. Ballistics, 1983: 541-547.
- [19] JOHNSONG R, HOEGFELDTJM, LINDHOLM U S, *et al.* Response of various metals o large torsional strains over a large range of strain rates. part 1: ductile metals[J]. Trans. ASME, J. Eng. Mat. Tech., 1983, 105: 42-47.
- [20] GUO P C, LI J, CAO S F, *et al.* Deformation behavior and microstructure evolution of an AM80 magnesium alloy at large strain rate range[J]. Explosion and Shock Waves, 2018, 38(3): 586-595.
  (郭鹏程, 李健, 曹淑芬, 等. 大应变率范围内 AM80 镁合金的变形行为及组织演变[J]. 振动与冲击, 2018, 38(3): 586-595.)
- [21] QIAN X Y, PENG X B, SONG Y T, *et al.* Dynamic constitutive relationship of CuCrZr alloy based on Johnson-Cook model[J]. Nuclear Materials and Energy, 2020, 24(8): 100768-100774.
- [22] ZHANG J L, ZHANG Y M, LUO W C, *et al.* Establishment of a constitutive model of aviation stainless steel 0Cr17Ni4Cu4Nb considering the coupling effects of strain, strain rate and temperature[J]. Iron Steel Vanadium Titanium, 2023, 44(6): 149-159.

  (张继林, 张又铭, 罗文翠, 等. 考虑应变、应变率和温度耦合作用下航空不锈钢 0Cr17Ni4Cu4Nb 本构模型的建立[J]. 钢铁钒钛, 2023, 44(6): 149-159.)
- [23] XU T P, WANG L L, LU W X. The thermo-viscoplasticity and adiabatic shear deformation for a titanium alloy Ti-6Al-4V under high strain rates[J]. Explosion and Shock Waves, 1987(1): 1-8. (徐天平, 王礼立, 卢维娴. 高应变率下钛合金 Ti-6Al-4V 的热-粘塑性特性和绝热剪切变形[J]. 爆炸与冲击, 1987 (1): 1-8.)
- [24] NIU D X, ZHAO C, LI D X, et al. Constitutive modeling of the flow stress behavior for the hot deformation of Cu-15Ni-8Sn alloys[J]. Frontiers in Materials, 2022, 7(12): 577867.
- [25] LIZH, HUANG L, BANY J, et al. Research on flow stress and constitutive equation for GH4698 alloy[J]. Forging & Stamping Technology, 2024, 49(3): 207-218.

  (李中豪, 黄亮, 班宜杰, 等. GH4698 合金流动应力及本构方程研究[J]. 锻压技术, 2024, 49(3): 207-218.)
- [26] SU N, CHEN M H, XIE L S, *et al.* Dynamic mechanical characteristics and constitutive model of TC2 Ti-alloy[J]. Chinese Journal of Materials Research, 2021, 35(3): 201-208. (苏楠, 陈明和, 谢兰生, 等. TC2 钛合金的动态力学特征及其本构模型[J]. 材料研究学报, 2021, 35(3): 201-208.)
- [27] JIA H S, LUO W C, ZHANG J L, *et al.* Study on dynamic mechanical properties and constitutive model of 022Cr18Ni14Mo2 stainless steel under impact load[J]. Iron Steel Vanadium Titanium, 2022, 43(2): 178-185. (贾海深, 罗文翠, 张继林, 等. 冲击载荷下 022Cr18Ni14Mo2 不锈钢动态力学特性及其本构模型研究[J]. 钢铁钒钛, 2022, 43(2): 178-185.)
- [28] ZHAO L D, ZHANG Y M, ZHANG J L, *et al.* Research on prediction accuracy of the flow stress of 0Cr17Ni4Cu4Nb stainless steel based on machine learning[J]. Iron Steel Vanadium Titanium, 2023, 44 (4): 196-204. (赵礼栋, 张又铭, 张继林, 等. 基于机器学习的 0Cr17Ni4Cu4Nb 不锈钢流变应力预测研究 [J]. 钢铁钒钛, 2023, 44 (4): 196-204.)